
حل تدريبات الوزارة
التطبيقية - الأستاتيكا
الصف الثالث الثانوى
٢٠١٨

اجابة نموذج تدريب (1) استاتيكا 2018

[١] إذا وضع جسم وزنه ٢٤٠ ث.كجم على مستوى أفقى خشن وأثرت عليه قوة تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° لأعلى وكان معامل الاحتكاك السكونى يساوى $\frac{1}{\sqrt{3}}$ فإن مقدار القوة التى تجعل الجسم على وشك الحركة = ... ث كجم

∵ الجسم متزن ∴ ر + ق جا ٣٠ = ٢٤٠ ⇐ ر = ٢٤٠ − $\frac{ق}{2}$ ← (١)

ق جتا ٣٠ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ر ⇐ ق $\sqrt{3}$ × $\sqrt{3}$ = ٢ر

٣ق = ٢(٢٤٠ − $\frac{ق}{2}$) ⇐ ٣ق = ٤٨٠ − ق

٤ق = ٤٨٠ ⇐ ق = ١٢٠ ث.كجم #

ر ، $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ر ، ق جا ٣٠ ، ق جتا ٣٠ ، ق ، ٣٠ ، و = ٢٤٠ ث.كجم

أحمد العوانى
معلم أول الرياضيات بطنطا

[٢] إذا كانت قوة الاحتكاك السكونى النهائى = ٦٠ نيوتن ، قوة رد الفعل المحصل = ١٠٠ نيوتن فإن معامل الاحتكاك السكونى = ...

قوة الاحتكاك السكونى ح_س = م_س ر ⇐ ٦٠ = م_س × ر ⇐ ر = $\frac{٦٠}{م_س}$

رد الفعل المحصل ر‘² = ر² + ح_س² ⇐ ١٠٠² = $\frac{٦٠^2}{(م_س)^2}$ + ٦٠²

∴ ٦٤٠٠ = $\frac{٣٦٠٠}{(م_س)^2}$ ⇐ (م_س)² = $\frac{٩}{١٦}$ ⟸ م_س = $\frac{٣}{٤}$ #

ر‘ = ١٠٠ ، ر ، ح_س = ٦٠

[٣] وضع جسم وزنه ٢٥ ث.كجم على مستوى مائل خشن تؤثر عليه (ق) قوة فى إتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى المستوى ، فإذا علم أن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى المستوى عندما ق = ١٥ ث.كجم ويكون على وشك الحركة إلى أسفل المستوى عندما ق = ١٠ ث.كجم أوجد (١) قياس زاوية ميل المستوى على الأفق (٢) معامل الاحتكاك السكونى

أولاً : عندما يكون الجسم على وشك الحركة لأعلى

ر = ٢٥ جتا هـ

١٥ = م_س ر + ٢٥ جا هـ ⇐ ١٥ = م_س × ٢٥ جتا هـ + ٢٥ جا هـ

بالقسمة ÷ ٥ ∴ ٣ = ٥ م_س جتا هـ + ٥ جا هـ ← (١)

ر ، ١٥ ث.كجم ، م_س ر ، ٢٥ جا هـ ، هـ ، ٢٥ جتا هـ ث.كجم

ثانياً : عندما يكون الجسم على وشك الحركة لأسفل

ر = ٢٥ جتا هـ ، ١٠ + م_س ر = ٢٥ جا هـ

١٠ = ٢٥ جا هـ − م_س × ٢٥ جتا هـ بالقسمة على ٥

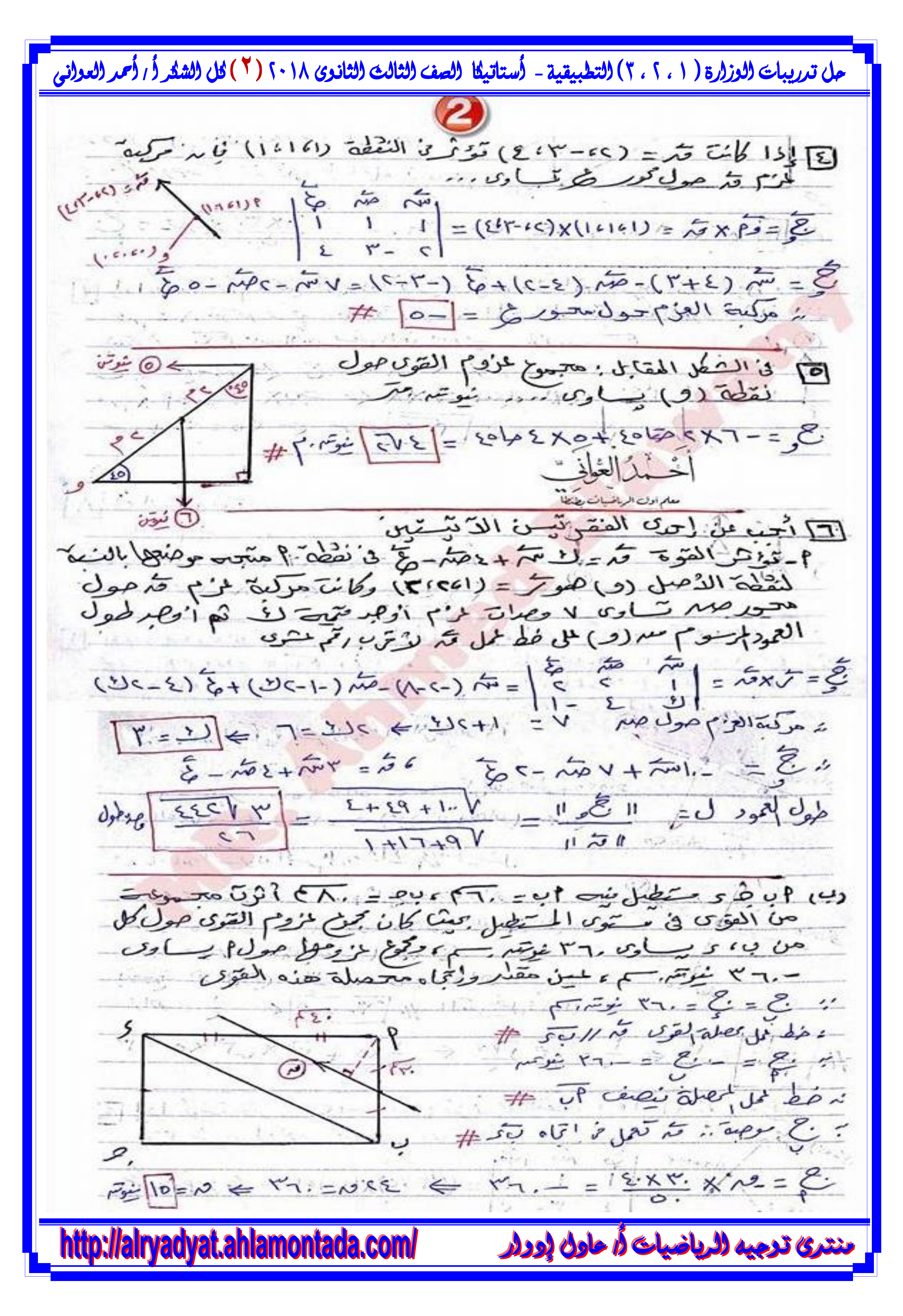
٢ = ٥ جا هـ − ٥ م_س جتا هـ ← (٢)

بجمع (١) ، (٢) ٥ = ١٠ جا هـ

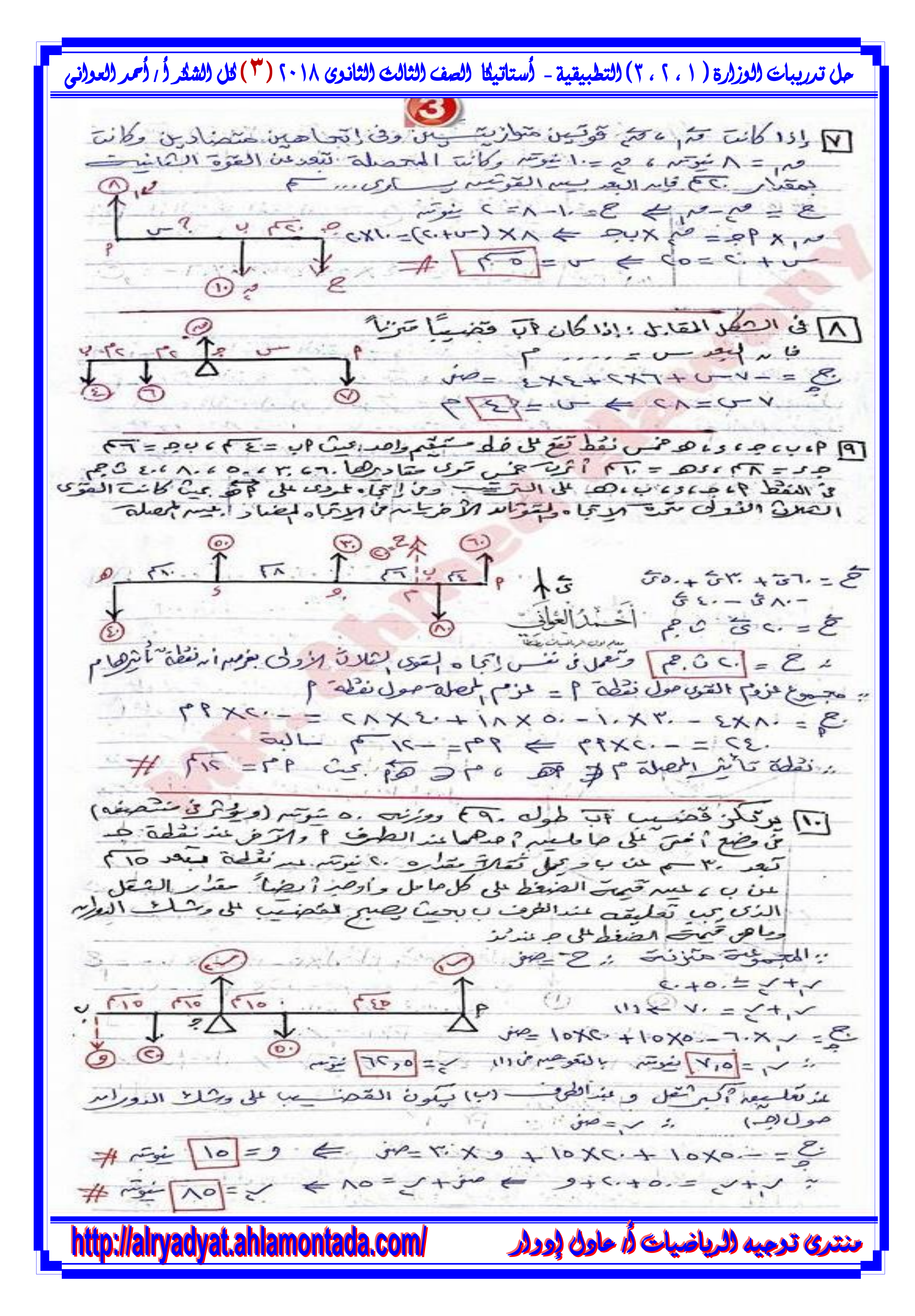
جا هـ = $\frac{1}{2}$ ⇐ هـ = ٣٠° # بالتعويض فى (١)

٣ = ٥ × م_س × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ + ٥ × $\frac{1}{2}$ ⇐ $\frac{٥\sqrt{3}}{2}$ م_س = $\frac{1}{2}$ ⇐ م_س = $\frac{1}{٥\sqrt{3}}$ #

ر ، ١٠ ، م_س ر ، ٢٥ جا هـ ، ٢٥ جتا هـ



حل تدريبات الوزارة (١ ، ٢ ، ٣) التطبيقية - أستاتيكا الصف الثالث الثانوى ٢٠١٨ (٢) لكل الشكر أ / أحمد العوانى
2
٤) إذا كانت ق = (٢، -٣، ٤) تؤثر فى النقطة (١، ١، ١) فإن مركبة عزم ق حول محور ع تساوى ...
∴ مركبة العزم حول محور ع = -٥ #
٥) فى الشكل المقابل: مجموع عزوم القوى حول نقطة (و) يساوى ...... نيوتن.متر
٥ نيوتن
٦ نيوتن
أحمد العوانى
معلم أول الرياضيات بطنطا
٦) أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين
أ- تؤثر القوة ق = ك س + ٢ ص - ع فى نقطة أ متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل (و) هو ر = (١، ٢، ٢) وكانت مركبة عزم ق حول محور ص تساوى ٧ وحدات عزم أوجد قيمة ك ثم أوجد طول العمود المرسوم من (و) على خط عمل ق لأقرب رقم عشرى
∴ مركبة العزم حول ص
طول العمود
(ب) أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٣٠ سم، ب ج = ٤٠ سم أثرت مجموعة من القوى فى مستوى المستطيل بحيث كان مجموع عزوم القوى حول كل من ب، د يساوى ٣٦٠ نيوتن.سم، ومجموع عزومها حول أ يساوى -٣٦٠ نيوتن.سم، عين مقدار واتجاه محصلة هذه القوى
http://alryadyat.ahlamontada.com/
منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار



٧ إذا كانت $ق_1$ ، $ق_2$ قوتين متوازيتين وفى اتجاهين متضادين وكانت $ق_1$ = ٨ نيوتن ، $ق_2$ = ١٠ نيوتن وكانت المحصلة تبعد عن القوة الثانية بمقدار ٢٠ سم فإن البعد بين القوتين يساوى ...... سم

ح = $ق_2$ − $ق_1$ ⇐ ح = ١٠ − ٨ = ٢ نيوتن

$ق_1$ × أجـ = $ق_2$ × ب جـ ⇐ ٨ × (س + ٢٠) = ١٠ × ٢٠

س + ٢٠ = ٢٥ ⇐ س = **٥ سم** #

٨ فى الشكل المقابل: إذا كان أب قضيباً متزناً فإن البعد س = ... م

ح جـ = −٧ س + ٦ × ٢ + ٤ × ٤ = صفر

٧ س = ٢٨ ⇐ س = **٤** م

٩ أ ، ب ، جـ ، د ، هـ خمس نقط تقع على خط مستقيم واحد بحيث أب = ٤ سم ، ب جـ = ٣٦ سم ، جـ د = ٢٨ سم ، د هـ = ٣٠ سم أثرت خمس قوى مقاديرها ٦٠ ، ٣٠ ، ٥٠ ، ٨٠ ، ٤٠ ث جم فى النقط أ ، جـ ، د ، ب ، هـ على الترتيب وفى اتجاه عمودى على أهـ بحيث كانت القوى الثلاث الأولى فى نفس الاتجاه والقوتان الأخريان فى الاتجاه المضاد. أوجد المحصلة

ح = ٦٠ ى + ٣٠ ى + ٥٠ ى − ٨٠ ى − ٤٠ ى

ح = ٢٠ ى ث جم

أحمد العوانى

∴ ح = **٢٠ ث جم** وتعمل فى نفس اتجاه القوى الثلاث الأولى ونفرض أن نقطة تأثيرها م

∵ مجموع عزوم القوى حول نقطة أ = عزم المحصلة حول نقطة أ

ح أ = ٨٠ × ٤ − ٣٠ × ١٠ − ٥٠ × ١٨ + ٤٠ × ٢٨ = −٢٠ × أم

٢٤٠ = −٢٠ × أم ⇐ أم = −١٢ سم سالبة

∴ نقطة تأثير المحصلة م ∉ أهـ ، م ∈ هـأ بحيث أم = ١٢ سم #

١٠ يرتكز قضيب أب طوله ٩٠ سم ووزنه ٥٠ نيوتن (ويؤثر فى منتصفه) فى وضع أفقى على حاملين أحدهما عند الطرف أ والآخر عند نقطة جـ تبعد ٣٠ سم عن ب وعلق ثقل مقداره ٢٠ نيوتن عند نقطة تبعد ١٥ سم عن ب ، احسب قيمة الضغط على كل حامل وأوجد أيضاً مقدار الثقل الذى يجب تعليقه عند الطرف ب بحيث يصبح القضيب على وشك الدوران وما هى قيمة الضغط على جـ عندئذ

∵ المجموعة متزنة ∴ ح = صفر

$ر_1$ + $ر_2$ = ٥٠ + ٢٠

$ر_1$ + $ر_2$ = ٧٠ ⇐ (١)

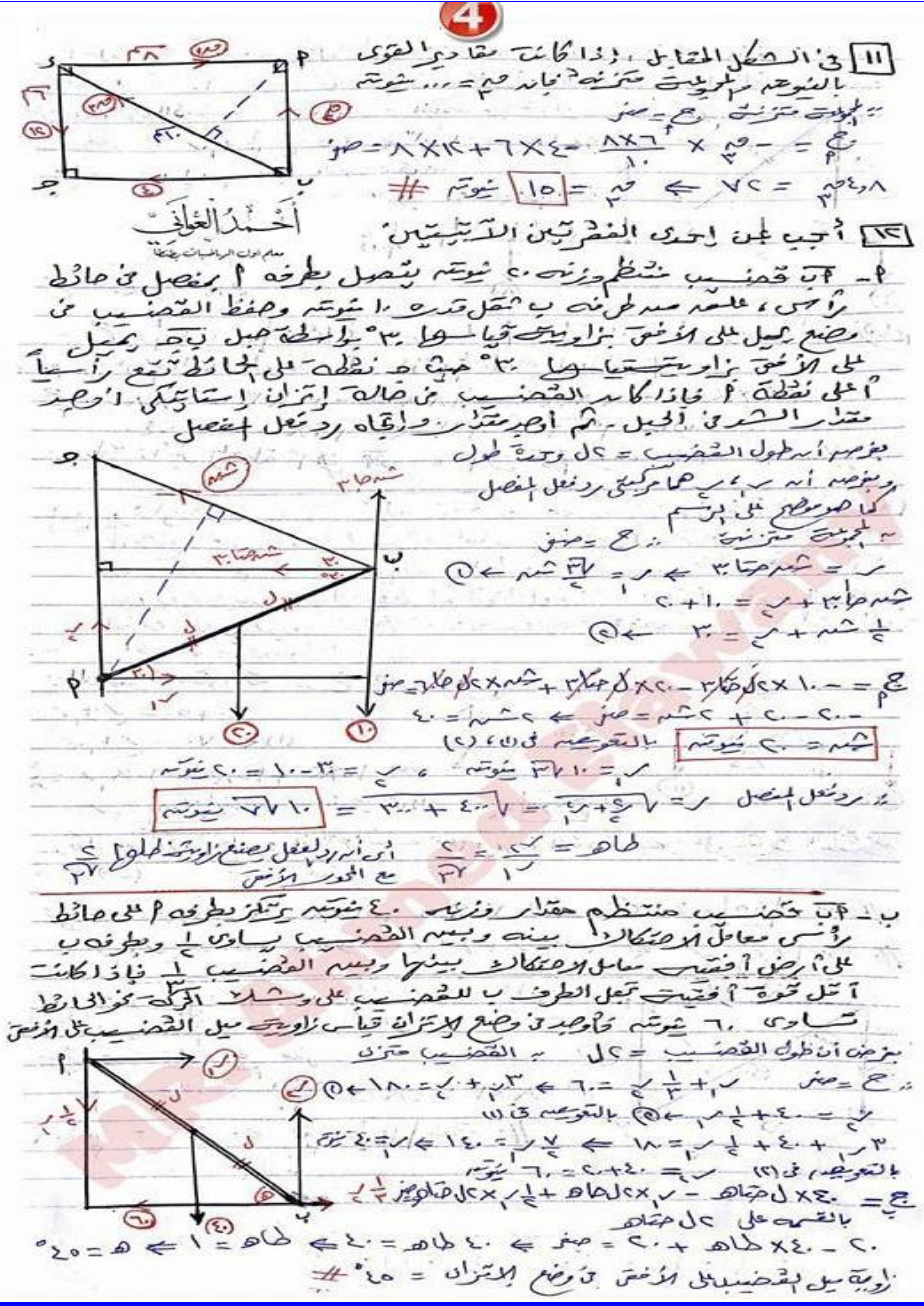
ح جـ = $ر_1$ × ٦٠ − ٥٠ × ١٥ + ٢٠ × ١٥ = صفر

∴ $ر_1$ = **٧,٥** نيوتن بالتعويض فى (١) $ر_2$ = **٦٢,٥** نيوتن

عند تعليق أكبر ثقل و عند الطرف (ب) يكون القضيب على وشك الدوران حول (جـ) ∴ $ر_1$ = صفر

ح جـ = −٥٠ × ١٥ + ٢٠ × ١٥ + و × ٣٠ = صفر ⇐ و = **١٥** نيوتن #

∵ $ر_1$ + $ر_2$ = ٥٠ + ٢٠ + و ⇐ صفر + $ر_2$ = ٨٥ ⇐ $ر_2$ = **٨٥** نيوتن #



٤

١١ فى الشكل المقابل ، إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن والمجموعة متزنة فأوجد ق٣ = ... نيوتن

∵ المجموعة متزنة ∴ ج = صفر

ج = - ق٣ × $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ - ٤ × ٦ + ١٢ × ٨ = صفر

٤٫٨ ق٣ = ٧٢ ⟸ ق٣ = ١٥ نيوتن #

أحمد العوانى
معلم أول الرياضيات بطنطا

١٢ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

أ - أب قضيب منتظم وزنه ٢٠ نيوتن يتصل بطرفه أ بمفصل فى حائط رأسى ، علق من طرفه ب ثقل قدره ١٠ نيوتن وحفظ القضيب فى وضع يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بواسطة حبل ب جـ يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° حيث جـ نقطة على الحائط تقع رأسياً أعلى نقطة أ فإذا كان القضيب فى حالة اتزان استاتيكى أوجد مقدار الشد فى الحبل ، ثم أوجد مقدار واتجاه رد فعل المفصل

نفرض أن طول القضيب = ٢ل وحدة طول
ونفرض أن ر١ ، ر٢ هما مركبتى رد فعل المفصل كما هو موضح على الرسم

∵ المجموعة متزنة ∴ ح = صفر

ر١ = ش جتا ٣٠ ⟸ ر١ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ش ⟵ ①

ش جا ٣٠ + ر٢ = ١٠ + ٢٠

$\frac{١}{٢}$ ش + ر٢ = ٣٠ ⟵ ②

جـأ = - ١٠ × ٢ل جتا ٣٠ - ٢٠ × ل جتا ٣٠ + ش × ٢ل جا ٣٠ = صفر

- ٢٠ - ٢٠ + ٢ش = صفر ⟸ ٢ش = ٤٠

ش = ٢٠ نيوتن بالتعويض فى (١) ، (٢)

ر١ = ١٠ $\sqrt{٣}$ نيوتن ، ر٢ = ٣٠ - ١٠ = ٢٠ نيوتن

∴ رد فعل المفصل ر = $\sqrt{ر_١^٢ + ر_٢^٢}$ = $\sqrt{٣٠٠ + ٤٠٠}$ = ١٠ $\sqrt{٧}$ نيوتن

ظا هـ = $\frac{ر_٢}{ر_١}$ = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

أى أن رد الفعل يصنع زاوية ظلها $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ مع المحور الأفقى

ب - أب قضيب منتظم مقدار وزنه ٤٠ نيوتن يرتكز بطرفه أ على حائط رأسى معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{١}{٢}$ وبطرفه ب على أرض أفقية معامل الاحتكاك بينها وبين القضيب $\frac{١}{٣}$ فإذا كانت أقل قوة أفقية تجعل الطرف ب للقضيب على وشك الحركة نحو الحائط تساوى ٦٠ نيوتن فأوجد فى وضع الاتزان قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى

بفرض أن طول القضيب = ٢ل ∵ القضيب متزن

∴ ح = صفر

ر١ + $\frac{١}{٣}$ ر٢ = ٦٠ ⟸ ٣ر١ + ر٢ = ١٨٠ ⟵ ①

ر٢ = ٤٠ + $\frac{١}{٢}$ ر١ ⟵ ② بالتعويض فى (١)

٣ر١ + ٤٠ + $\frac{١}{٢}$ ر١ = ١٨٠ ⟸ $\frac{٧}{٢}$ ر١ = ١٤٠ ⟸ ر١ = ٤٠ نيوتن

بالتعويض فى (٢) ر٢ = ٤٠ + ٢٠ = ٦٠ نيوتن

جـب = ٤٠ × ل جتا هـ - ر١ × ٢ل جا هـ + $\frac{١}{٢}$ ر١ × ٢ل جتا هـ = صفر

بالقسمة على ٢ل جتا هـ

٢٠ - ٤٠ ظا هـ + ٢٠ = صفر ⟸ ٤٠ ظا هـ = ٤٠ ⟸ ظا هـ = ١ ⟸ هـ = ٤٥°

زاوية ميل القضيب على الأفقى فى وضع الاتزان = ٤٥° #

٥

١٣ إذا كانت $\overrightarrow{ق_١} = -٢ \overrightarrow{س} - ٥ \overrightarrow{ص}$ تؤثر فى النقطة أ(٣، ٢) ،
$\overrightarrow{ق_٢} = ٢ \overrightarrow{س} + ٥ \overrightarrow{ص}$ تؤثر فى النقطة ب(-١، ٤) فإن القياس الجبرى
لعزم الازدواج المكون من $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ = ... وحدة عزم

$\overrightarrow{أب} = ب - أ = (-١، ٤) - (٣، ٢) = (-٤، ٢)$

$\overrightarrow{ج} = \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{ق_٢} = (-٤، ٢) \times (٢، ٥) = (-٢٠ - ٤) \overrightarrow{ع} = -٢٤ \overrightarrow{ع}$

$\therefore ج_أ = \boxed{-٢٤}$ وحدة عزم #

أحمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا

١٤ أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٠٠ سم أثرت القوتان ١٥٠ ، ١٥٠ نيوتن فى $\overrightarrow{بأ}$ ، $\overrightarrow{دجـ}$ على الترتيب . أوجد قوتين متساويتين فى المقدار تؤثران فى أ ، جـ وتوازيان $\overrightarrow{بد}$ بحيث تتزن المجموعة

١٥٠ ، ١٥٠ يكونان ازدواج عزمه

$ج_١ = ١٥٠ \times ١٠٠ = ١٥٠٠٠$ نيوتن . سم

ق ، ق يكونا ازدواج عزمه

$ج_٢ = -ق \times ١٠٠\sqrt{٢} = -١٠٠\sqrt{٢}$ ق نيوتن . سم

$\because$ المجموعة متزنة $\therefore ج_١ + ج_٢ =$ صفر

$١٥٠٠٠ - ١٠٠\sqrt{٢}$ ق = صفر $\Leftarrow$ ق $= \frac{١٥٠٠٠}{١٠٠\sqrt{٢}} = \boxed{٧٥\sqrt{٢}}$ نيوتن . سم

القوتان $٧٥\sqrt{٢}$ ، $٧٥\sqrt{٢}$ تؤثران عند أ ، جـ وتعملان فى اتجاه $\overrightarrow{دب}$ ، $\overrightarrow{بد}$

١٥ بعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم عن أحد رؤوس المثلث يساوى ..... سم

مركز الثقل هو نقطة تلاقى متوسطات المثلث

$أد = \sqrt{١٢^٢ - ٦^٢} = ٦\sqrt{٣}$ سم

$أم = \frac{٢}{٣} أد = \frac{٢}{٣} \times ٦\sqrt{٣} = \boxed{٤\sqrt{٣}}$ سم #

١٦ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه أب = ٣٠ سم ، ب جـ = ٤٠ سم
أثرت قوى مقاديرها ٦ ، ٨ ، ١٠ نيوتن فى $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{بجـ}$ ، $\overrightarrow{جـأ}$ على الترتيب
اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه

$أب = \sqrt{٣٠^٢ + ٤٠^٢} = ٥٠$ سم $\because$ القوى فى ترتيب دورى واحد

$\frac{٦}{أب} = \frac{٨}{بجـ} = \frac{١٠}{جـأ} = \frac{١}{٥} = م$

$\therefore$ المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه = ٢ مساحة المثلث × م

$= ٢ \times \frac{١}{٢} \times ٤٠ \times ٣٠ \times \frac{١}{٥} = \boxed{٢٤٠}$ نيوتن . سم #

6

١٧ مركز ثقل النظام التالي: $ك_١ = ١$ كجم عند $(٢ ، ٣)$ ،
$ك_٢ = ٢$ كجم عند $(-٢ ، ١)$ ، $ك_٣ = ٣$ كجم عند $(٠ ، ١)$ ....

	١ كجم	٢ كجم	٣ كجم
س	٢	-٢	صفر
ص	٣	١	١

$$س_م = \frac{١ \times ٢ + ٢ \times -٢ + ٣ \times صفر}{١ + ٢ + ٣} = -\frac{١}{٣}$$

$$ص_م = \frac{١ \times ٣ + ٢ \times ١ + ٣ \times ١}{١ + ٢ + ٣} = \frac{٤}{٣}$$

∴ إحداثي مركز الثقل $\left(-\frac{١}{٣} ، \frac{٤}{٣}\right)$ #

أحمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا

١٨ صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل مربع أ ب جـ د طول ضلعه ٤٨ سم ، م نقطة تقاطع قطريه . فصل المثلث جـ م د ثم لصق على المثلث جـ م ب بحيث انطبق م د على م ب أوجد بعد مركز ثقل الصفيحة عن كل من $\overline{ب أ}$ ، $\overline{ب جـ}$

∵ الصفيحة منتظمة السمك والكثافة
∴ الكتل تتناسب مع المساحات
∵ م (∆ أ م د) = م (∆ أ م ب) = م (∆ ب م جـ) = م (∆ د م جـ)
∴ كتلة ∆ أ م د = كتلة ∆ أ م ب = كتلة ∆ ب م جـ = كتلة ∆ د م جـ = ك
وتؤثر في مركز كل منها
وباتخاذ المحورين المتعامدين $\overline{ب أ}$ ، $\overline{ب جـ}$

	عند م١	عند م٢	عند م٣
الكتلة	ك	ك	٢ك
س	٢٤	٤٠	٨
ص	٨	٢٤	٢٤

$$س_م = \frac{ك \times ٢٤ + ك \times ٤٠ + ٢ك \times ٨}{ك + ك + ٢ك} = ٢٠$$

$$ص_م = \frac{ك \times ٨ + ك \times ٢٤ + ٢ك \times ٢٤}{ك + ك + ٢ك} = ٢٠$$

∴ مركز الثقل = $(٢٠ ، ٢٠)$
∴ مركز الثقل يبعد عن كل من $\overline{ب أ}$ ، $\overline{ب جـ}$ بمقدار ٢٠ سم ، ٢٠ سم #

تمت بحمد الله وتوفيقه

مع تمنياتى بالتوفيق والنجاح
الأستاذ أحمد محمد العوانى

إجابة نموذج تدريب (2) استاتيكا 2018

١ إذا وضع جسم وزنه ٣٩ ث.كجم على مستوى أفقى خشن ، شد الجسم بقوة أعلى تميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها $\frac{٤}{٥}$ وكان معامل الاحتكاك السكونى يساوى $\frac{١}{٣}$ فإن مقدار قوة الشد التى تجعل الجسم على وشك الحركة يساوى .... ث.كجم

∵ الجسم على وشك الحركة ∴ فهو متزن

جاهـ = $\frac{٤}{٥}$ ، جتاهـ = $\frac{٣}{٥}$

∴ ر + ق جاهـ = ٣٩

ر = ٣٩ − $\frac{٤}{٥}$ ق ← (١)

ق جتاهـ = $\frac{١}{٣}$ ر ⇐ $\frac{٣}{٥}$ ق = $\frac{١}{٣}$ (٣٩ − $\frac{٤}{٥}$ ق)

∴ $\frac{٣}{٥}$ ق = ١٣ − $\frac{٤}{١٥}$ ق ⇐ $\frac{١٣}{١٥}$ ق = ١٣ ⇐ ق = 15 ث.كجم #

٢ إذا وضع جسم وزنه ٨ نيوتن على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الجسم = $\frac{١}{٢}$ وإذا أثرت على الجسم قوة أفقية فإن قوة الاحتكاك السكونى ∋ ....

ر = ٨ نيوتن

قوة الاحتكاك السكونى النهائى = $\frac{١}{٢}$ ر = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤ نيوتن

∴ قوة الاحتكاك السكونى ∋ [٠ ، ٤]

٣ وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها $\frac{٥}{١٣}$ ، أثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها ٢٢ نيوتن واقعة فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل للمستوى فجعلت الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{١}{٢}$ فأوجد وزن الجسم (و)

م = طال = $\frac{١}{٢}$

∵ الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى

∴ من قاعدة لامى

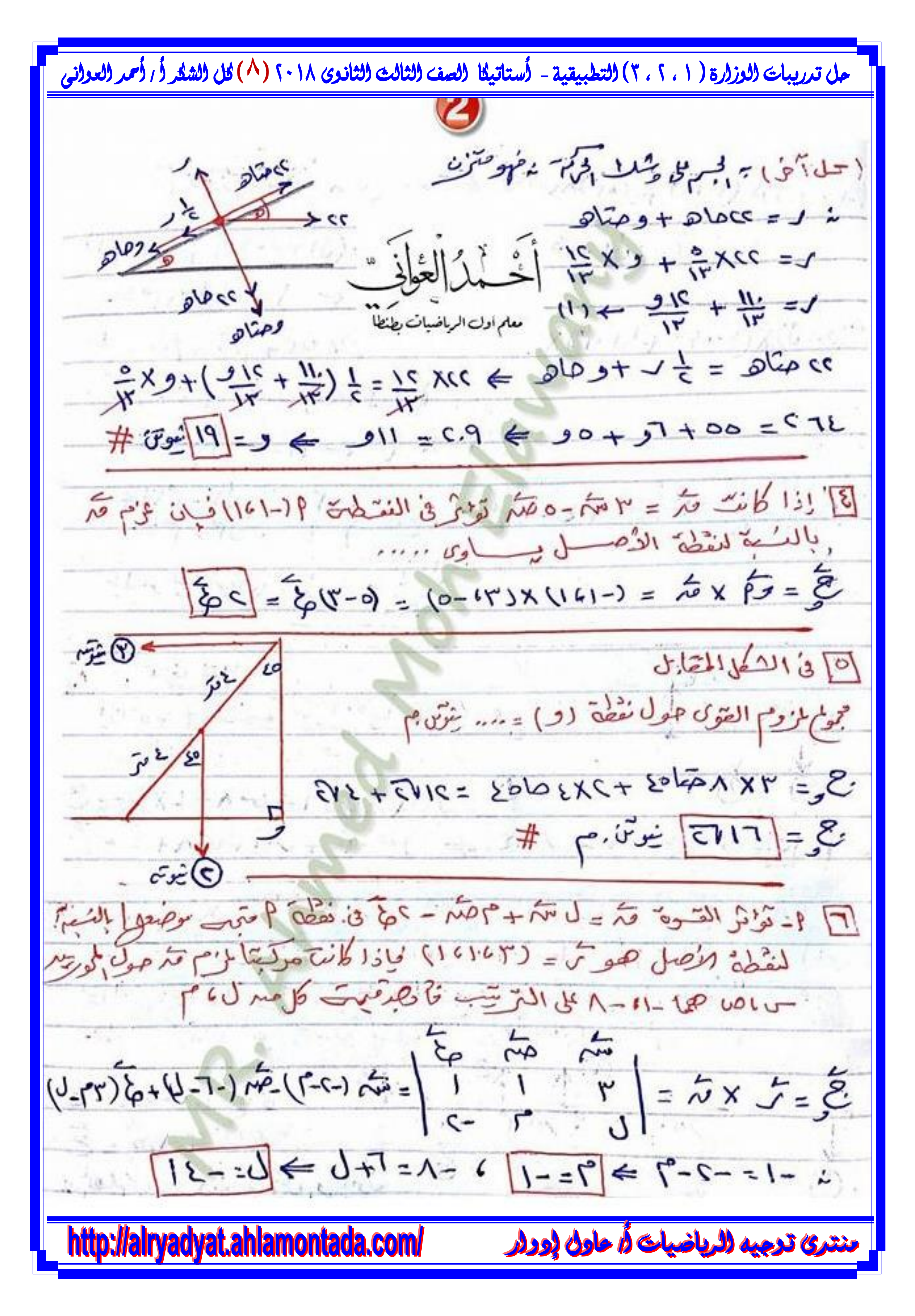
$$\frac{و}{جا(٩٠+هـ+ل)} = \frac{٢٢}{جا(١٨٠-(هـ+ل))} = \frac{ر}{جا ٩٠}$$

$$\frac{و}{جتا(هـ+ل)} = \frac{٢٢}{جا(هـ+ل)} \Leftarrow و = \frac{٢٢}{طا(هـ+ل)}$$

∵ $طا(هـ+ل) = \frac{طاهـ + طال}{١ - طاهـ طال}$ ⇐ $طا(هـ+ل) = \frac{\frac{٥}{١٢} + \frac{١}{٢}}{١ - \frac{٥}{١٢} \times \frac{١}{٢}} = \frac{٢٢}{١٩}$

∴ و = ٢٢ × $\frac{١٩}{٢٢}$ = 19 نيوتن #

أحمد العوانى
معلم أول الرياضيات بطنطا



(حل ٣ ح) ∵ الجسم على مستوى أملس ∴ فهو متزن

∴ ر = ٢٢ جاهـ + و جتاهـ

ر = ٢٢ × $\frac{٥}{١٣}$ + و × $\frac{١٢}{١٣}$

ر = $\frac{١١٠}{١٣}$ + $\frac{١٢و}{١٣}$ ← (١)

٢٢ جتاهـ = $\frac{١}{٢}$ ر + و جاهـ ← ٢٢ × $\frac{١٢}{١٣}$ = $\frac{١}{٢}$ ($\frac{١١٠}{١٣}$ + $\frac{١٢و}{١٣}$) + و × $\frac{٥}{١٣}$

٢٦٤ = ٥٥ + ٦و + ٥و ← ٢٠٩ = ١١و ← و = **١٩** نيوتن #

---

٤) إذا كانت ق = ٣ س − ٥ ص تؤثر فى النقطة أ(−١، ١) فإن عزم ق بالنسبة لنقطة الأصل يساوى ......

ج$_{و}$ = و أ × ق = (−١، ١) × (٣، −٥) = (٥ − ٣) ع = **٢ ع**

---

٥) فى الشكل المقابل

مجموع عزوم القوى حول نقطة (و) = ... نيوتن.م

ج$_{و}$ = ٣ × ٨ جتا٤٥ + ٢ × ٤ جا٤٥ = ١٢√٢ + ٤√٢

ج$_{و}$ = **١٦√٢** نيوتن.م #

---

٦) أ = تؤثر القوة ق = ل س + م ص − ٢ع فى نقطة أ متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل هو ر = (٣، ١، ١) وإذا كانت مركبتا عزم ق حول محورى س، ص هما −١، −٨ على الترتيب فأوجد قيمة كل من ل، م

ج$_{و}$ = ر × ق = | س ص ع ؛ ٣ ١ ١ ؛ ل م −٢ | = س (−٢ − م) − ص (−٦ − ل) + ع (٣م − ل)

∴ −١ = −٢ − م ← **م = −١** ، −٨ = ٦ + ل ← **ل = −١٤**

3

٦- إذا كانت ق١ = م س + ٣ ص ، ق٢ = ل س - ٥ ص توثران في النقطتين أ (٢ ، ٥) ، ب (١ ، -٣) على الترتيب. إذا انعدم مجموع عزوم القوتين ق١ ، ق٢ حول كل من و (٠ ، ٠) ، ء (٥ ، -٢) فأوجد قيمتي كل من ل ، م

ج و = و أ × ق١ + و ب × ق٢ = ٠ ⟸ (٢ ، ٥) × (م ، ٣) + (١ ، -٣) × (ل ، -٥) = ٠

ع (٦ - ٥ م) + ع (-٥ + ٣ ل) = ٠ ⟸ ١ - ٥ م + ٣ ل = صفر

-٥ م + ٣ ل = -١ ⟵ ①

ج ء = ء أ × ق١ + ء ب × ق٢ = ٠ ⟸ (-٣ ، ٧) × (م ، ٣) + (-٤ ، -١) × (ل ، -٥) = ٠

ع (-٩ - ٧ م) + ع (ل + ٢٠) = ٠

-٧ م + ل = -١١ ⟵ ② × -٣

+٢١ م - ٣ ل = ٣٣
-٥ م + ٣ ل = -١
بالجمع ١٦ م = ٣٢ ⟸ **م = ٢**

بالتعويض في (١) **ل = ٣**

أحمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا

٧- إذا كانت ق١ ، ق٢ قوتين متوازيتين وفي اتجاهين متضادين وكانت ق١ = ١٠ نيوتن ، ق٢ = ١٢ نيوتن وكانت المحصلة تبعد عن القوة الثانية بمقدار ٣٠ سم فإن البعد بين القوتين = ... سم

ق١ × أ جـ = ح × ب جـ

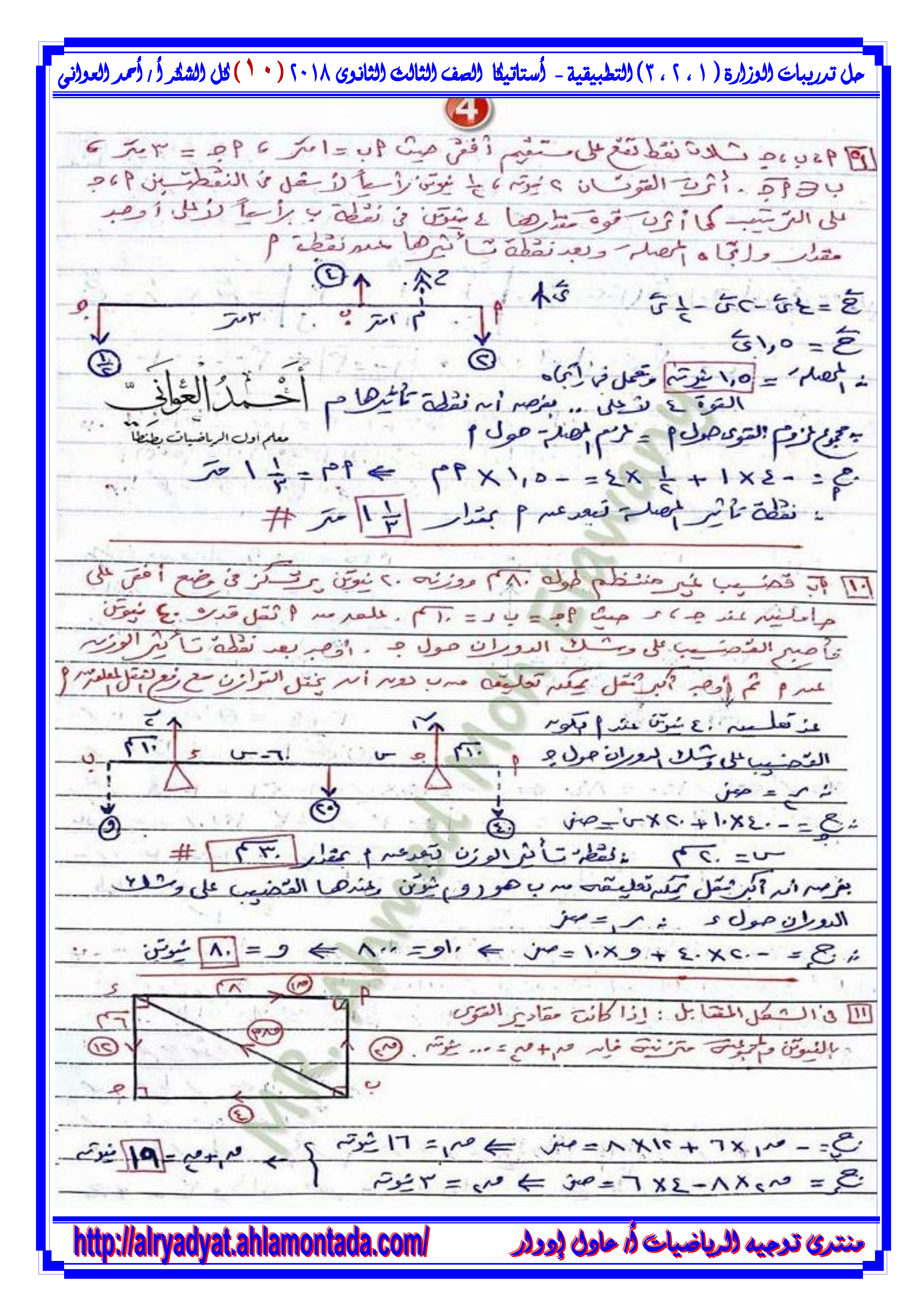
١٠ (س + ٣٠) = ١٢ × ٣٠ ⟸ س + ٣٠ = ٣٦

س = **٦** سم #

٨- في الشكل المقابل
إذا كان أ ب قضيباً متزناً أفقياً
فإن البعد س = ... م

ج جـ = -١٠ × ٤ + ٨ س + ٦ (س + ٢) = صفر

-٤٠ + ٨ س + ٦ س + ١٢ = صفر ⟸ ١٤ س = ٢٨ ⟸ س = **٢** م



4

[٩] أ ، ب ، جـ ثلاث نقط تقع على مستقيم أفقي حيث أب = ١ متر ، أجـ = ٣ متر ، ب ∈ أجـ . أثرت القوتان ٢ نيوتن ، $\frac{1}{2}$ نيوتن رأسياً لأسفل في النقطتين أ ، جـ على الترتيب كما أثرت قوة مقدارها ٤ نيوتن في نقطة ب رأسياً لأعلى أوجد مقدار واتجاه المحصلة وبعد نقطة تأثيرها عن نقطة أ

ح = ٤ ى - ٢ ى - $\frac{1}{2}$ ى

ح = ١,٥ ى

∴ المحصلة = ١,٥ نيوتن وتعمل في اتجاه القوة ٤ لأعلى .. بفرض أن نقطة تأثيرها م

∵ مجموع عزوم القوى حول أ = عزم المحصلة حول أ

ج$_{أ}$ = -٤ × ١ + $\frac{1}{2}$ × ٤ = -١,٥ × أم ⟸ أم = $1\frac{1}{3}$ متر

∴ نقطة تأثير المحصلة تبعد عن أ بمقدار $1\frac{1}{3}$ متر #

أحمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا

[١٠] أب قضيب غير منتظم طوله ٨٠ سم ووزنه ٢٠ نيوتن يرتكز في وضع أفقي على حاملين عند جـ ، د حيث أجـ = ب د = ١٠ سم . علق من أ ثقل قدره ٤٠ نيوتن فأصبح القضيب على وشك الدوران حول جـ . أوجد بعد نقطة تأثير الوزن عن أ ثم أوجد أكبر ثقل يمكن تعليقه من ب دون أن يختل التوازن مع رفع الثقل المعلق من أ

عند تعليق ٤٠ نيوتن عند أ فيكون القضيب على وشك الدوران حول جـ

∴ $ر_2$ = صفر

∴ ج$_{جـ}$ = -٤٠ × ١٠ + ٢٠ × س = صفر

س = ٢٠ سم ∴ نقطة تأثير الوزن تبعد عن أ بمقدار ٣٠ سم #

بفرض أن أكبر ثقل يمكن تعليقه من ب هو (و) نيوتن وعندها القضيب على وشك الدوران حول د

∴ $ر_1$ = صفر

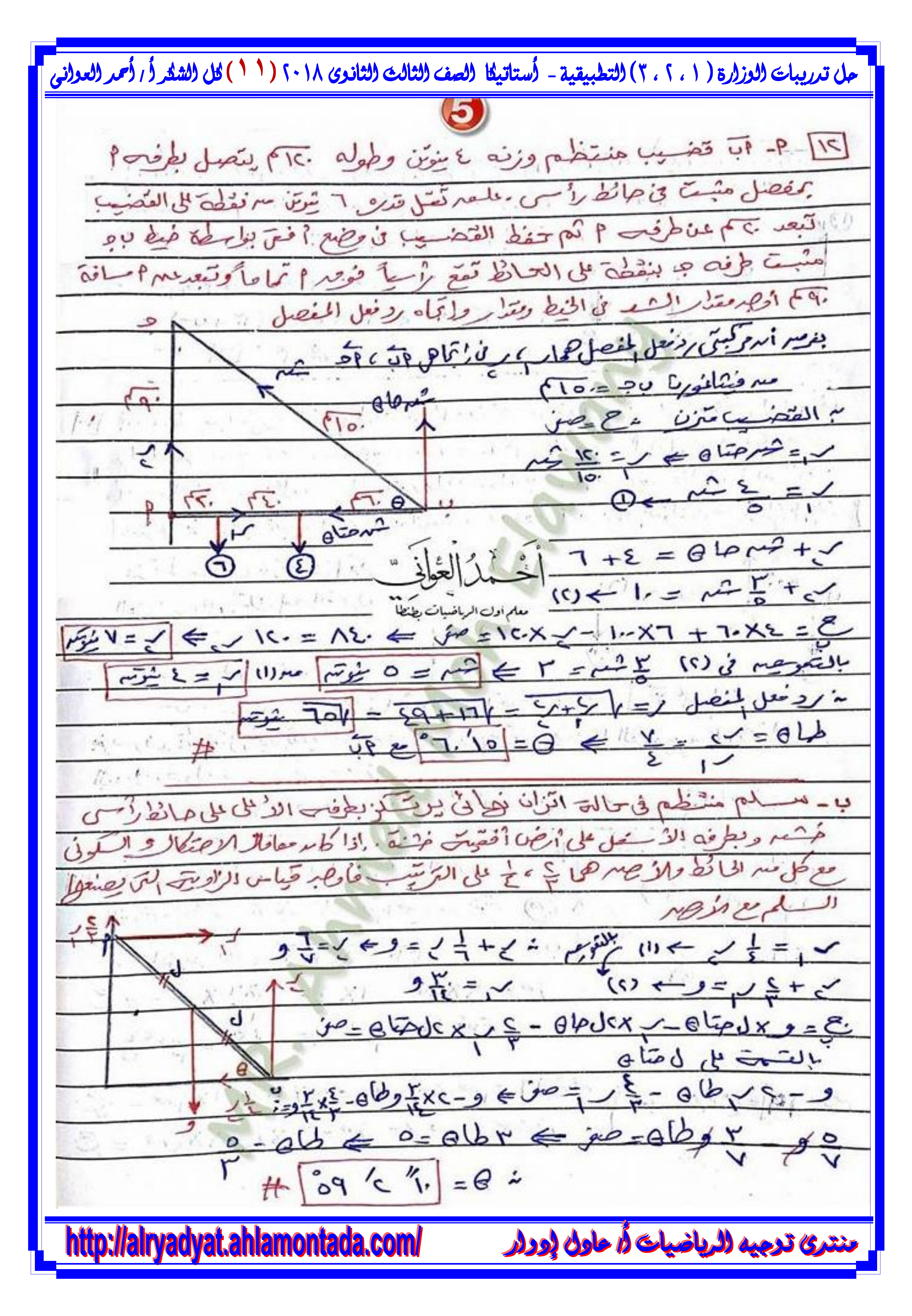
∴ ج$_{د}$ = -٢٠ × ٤٠ + و × ١٠ = صفر ⟸ ١٠ و = ٨٠٠ ⟸ و = ٨٠ نيوتن

[١١] في الشكل المقابل : إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن والجسم متزن فإن $ق_1 + ق_2$ = ... نيوتن

ج$_{جـ}$ = - $ق_1$ × ٦ + ١٢ × ٨ = صفر ⟸ $ق_1$ = ١٦ نيوتن

ج$_{ب}$ = $ق_2$ × ٨ - ٤ × ٦ = صفر ⟸ $ق_2$ = ٣ نيوتن

⟸ $ق_1 + ق_2$ = ١٩ نيوتن



5

١٢ - أ - $\overline{أب}$ قضيب منتظم وزنه ٤ نيوتن وطوله ١٢٠ سم يتصل بطرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسي، علق منه ثقل قدره ٦ نيوتن من نقطة على القضيب تبعد ٢٠ سم عن طرفه أ ثم حفظ القضيب في وضع أفقي بواسطة خيط ب جـ مثبت طرفه جـ بنقطة على الحائط تقع رأسياً فوق أ تماماً وتبعد عن أ مسافة ٩٠ سم أوجد مقدار الشد في الخيط ومقدار واتجاه رد فعل المفصل

بفرض أن مركبتي رد فعل المفصل هما ر١ ، ر٢ في اتجاهي $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{أجـ}$

من فيثاغورث ب جـ = ١٥٠ سم

∵ القضيب متزن ∴ ح = صفر

ر١ = ش جتا θ ⟸ ر١ = $\frac{١٢٠}{١٥٠}$ ش

ر١ = $\frac{٤}{٥}$ ش ← (١)

ر٢ + ش جا θ = ٤ + ٦

ر٢ + $\frac{٣}{٥}$ ش = ١٠ ← (٢)

أحمد العوانى
معلم أول الرياضيات بطنطا

ج_ب = ٤ × ٦٠ + ٦ × ١٠٠ − ر٢ × ١٢٠ = صفر ⟸ ٨٤٠ = ١٢٠ ر٢ ⟸ ر٢ = ٧ نيوتن

بالتعويض في (٢) $\frac{٣}{٥}$ ش = ٣ ⟸ ش = ٥ نيوتن ، من (١) ر١ = ٤ نيوتن

∴ رد فعل المفصل ر = $\sqrt{ر_١^٢ + ر_٢^٢}$ = $\sqrt{١٦ + ٤٩}$ = $\sqrt{٦٥}$ نيوتن

ظا θ = $\frac{ر_٢}{ر_١}$ = $\frac{٧}{٤}$ ⟸ θ = ١٥′ ٦٠° مع $\overrightarrow{أب}$ #

ب - سلم منتظم في حالة اتزان نهائي يرتكز بطرفه الأعلى على حائط رأسي خشن وبطرفه الأسفل على أرض أفقية خشنة. إذا كان معاملا الاحتكاك السكوني مع كل من الحائط والأرض هما $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ على الترتيب فأوجد قياس الزاوية التي يصنعها السلم مع الأرض

ر١ = $\frac{١}{٤}$ ر٢ ← (١)

ر٢ + $\frac{٢}{٣}$ ر١ = و ← (٢)

بالتعويض ∴ ر٢ + $\frac{١}{٦}$ ر٢ = و ⟸ ر٢ = $\frac{٦}{٧}$ و

ر١ = $\frac{٣}{١٤}$ و

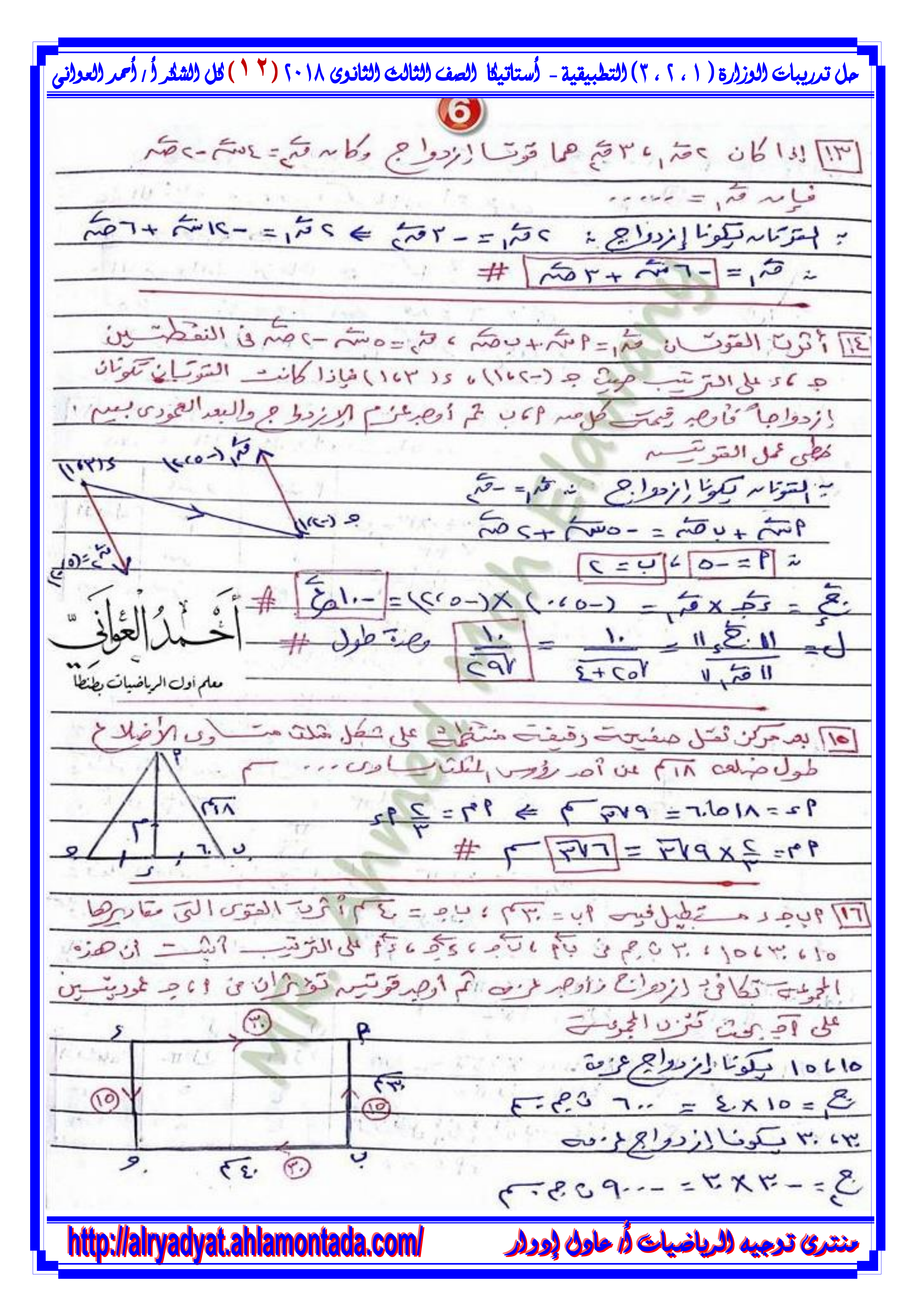
ج_ب = و × ل جتا θ − ر١ × ٢ل جا θ − $\frac{٢}{٣}$ ر١ × ٢ل جتا θ = صفر

بالقسمة على ل جتا θ

و − ٢ ر١ ظا θ − $\frac{٤}{٣}$ ر١ = صفر ⟸ و − ٢ × $\frac{٣}{١٤}$ و ظا θ − $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{٣}{١٤}$ و = صفر

$\frac{٥}{٧}$ و − $\frac{٣}{٧}$ و ظا θ = صفر ⟸ ٣ ظا θ = ٥ ⟸ ظا θ = $\frac{٥}{٣}$

∴ θ = ٥٩° ٢′ ١٠″ #



6

[١٣] إذا كان ٢ق١ ، ٣ق٢ هما قوتا ازدواج وكان ق٢ = ٤س - ٢ص فإن ق١ = ...

∵ القوتان تكونا إزدواج ∴ ٢ق١ = -٣ق٢ ⇐ ٢ق١ = -١٢س + ٦ص

∴ ق١ = -٦س + ٣ص #

[١٤] أثرت القوتان ق١ = أس + ب ص ، ق٢ = ٥س - ٢ص فى النقطتين ج ، د على الترتيب حيث ج (-٢ ، ١) ، د (٣ ، ١) فإذا كانت القوتان تكونان إزدواجاً فأوجد قيمة كل من أ ، ب ثم أوجد عزم الازدواج والبعد العمودى بين خطى عمل القوتين

∵ القوتان تكونا ازدواج ∴ ق١ = -ق٢

أس + ب ص = -٥س + ٢ص

∴ أ = -٥ ، ب = ٢

ع = دج × ق١ = (-٥ ، ٠) × (-٥ ، ٢) = -١٠ع #

ل = ||ع|| / ||ق١|| = ١٠ / √(٢٥ + ٤) = ١٠ / √٢٩ وحدة طول #

أحمد العوانى

معلم أول الرياضيات بطنطا

[١٥] بعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٨ سم عن أحد رؤوس المثلث يساوى ...... سم

أد = ١٨ جا ٦٠ = ٩√٣ سم ⇐ أم = ٢/٣ أد

أم = ٢/٣ × ٩√٣ = ٦√٣ سم #

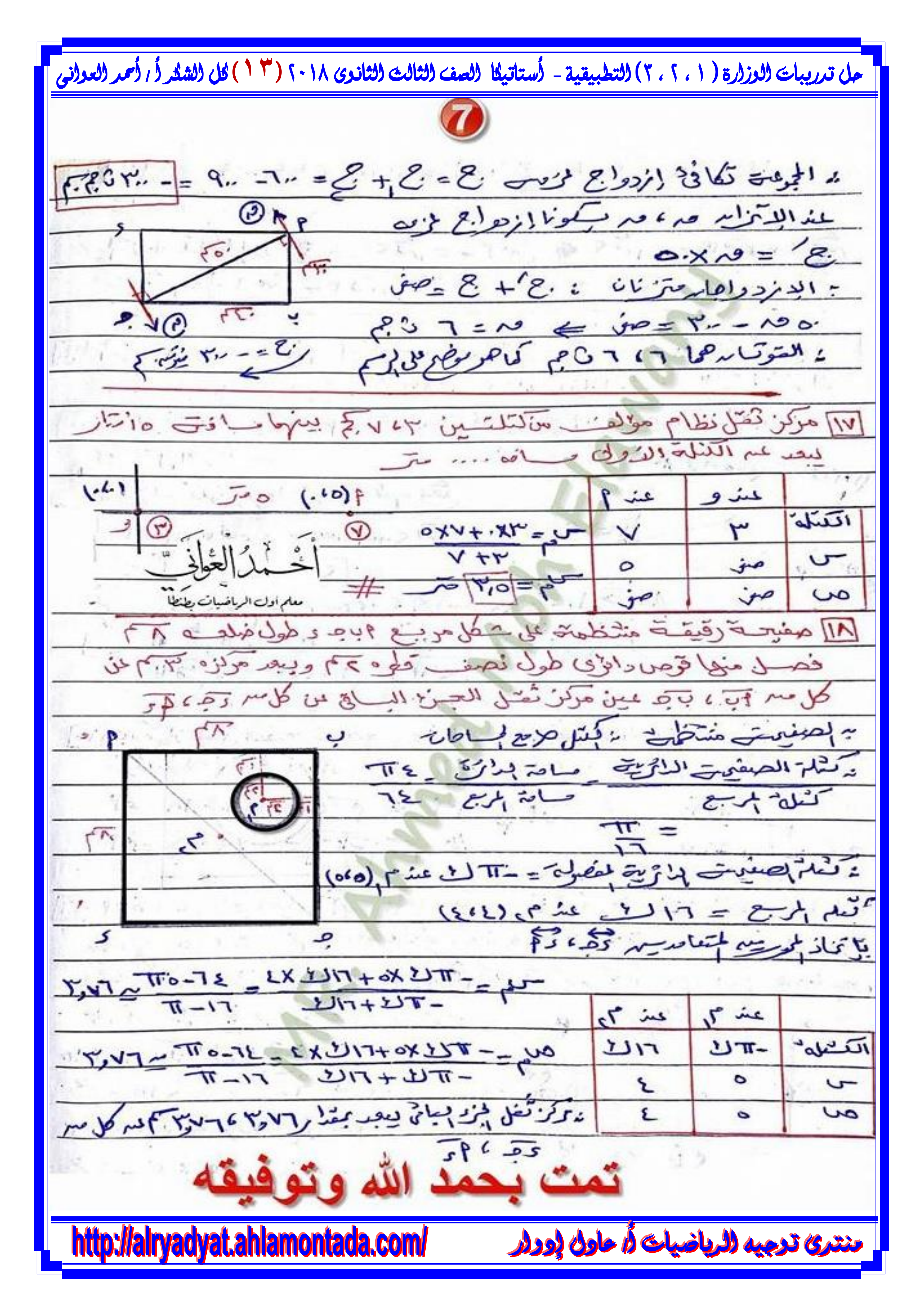
[١٦] أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٣٠ سم ، ب ج = ٤٠ سم أثرت القوى التى مقاديرها ١٥ ، ٣٠ ، ١٥ ، ٣٠ ث جم فى ب أ ، ج ب ، د ج ، أ د على الترتيب أثبت أن هذه المجموعة تكافئ ازدواج وأوجد عزمه ثم أوجد قوتين تؤثران فى أ ، ج عموديتين على أج بحيث تتزن المجموعة

١٥ ، ١٥ يكونا ازدواج عزمه

ع١ = ١٥ × ٤٠ = ٦٠٠ ث جم سم

٣٠ ، ٣٠ يكونا ازدواج عزمه

ع٢ = -٣٠ × ٣٠ = -٩٠٠ ث جم سم



7

∴ المجموعة تكافئ ازدواج عزمه $ع = ع_1 + ع_2$ = ٦٠٠ − ٩٠٠ = −٣٠٠ ث جم . سم

عند الاتزان ق ، ق يكونا ازدواج عزمه

$ع' = ق × ٥٠$

∵ الازدواجان متزنان ∴ $ع' + ع$ = صفر

٥٠ ق − ٣٠٠ = صفر ⟸ ق = ٦ ث جم

∴ القوتان هما ٦ ، ٦ ث جم كما هو موضح على الرسم

١٧ مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٣ ، ٧ كجم بينهما مسافة ٥ أمتار يبعد عن الكتلة الأولى مسافة .... متر

	عند و	عند أ
الكتلة	٣	٧
س	صفر	٥
ص	صفر	صفر

$س_م = \frac{٣ × ٠ + ٧ × ٥}{٣ + ٧}$

$س_م$ = ٣,٥ متر

١٨ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مربع أ ب ج د طول ضلعه ٨ سم فصل منها قرص دائري طول نصف قطره ٢ سم ويبعد مركزه ٣ سم عن كل من أب ، ب ج عين مركز ثقل الجزء الباقي من كل من د ج ، د أ

∵ الصفيحة منتظمة ∴ الكتل تتناسب مع المساحات

∴ $\frac{\text{كتلة الصفيحة الدائرية}}{\text{كتلة المربع}} = \frac{\text{مساحة الدائرة}}{\text{مساحة المربع}} = \frac{٤ط}{٦٤} = \frac{ط}{١٦}$

∴ كتلة الصفيحة الدائرية المفصولة = −ط ك عند $م_2$ (٥ ، ٥)

كتلة المربع = ١٦ ك عند $م_1$ (٤ ، ٤)

باتخاذ المحورين المتعامدين د ج ، د أ

$س_م = \frac{-ط ك × ٥ + ١٦ ك × ٤}{-ط ك + ١٦ ك} = \frac{٦٤ - ٥ط}{١٦ - ط} \simeq ٣,٧٦$

	عند $م_1$	عند $م_2$
الكتلة	١٦ ك	−ط ك
س	٤	٥
ص	٤	٥

$ص_م = \frac{-ط ك × ٥ + ١٦ ك × ٤}{-ط ك + ١٦ ك} = \frac{٦٤ - ٥ط}{١٦ - ط} \simeq ٣,٧٦$

∴ مركز ثقل الجزء الباقي يبعد بمقدار ٣,٧٦ ، ٣,٧٦ سم عن كل من د ج ، د أ

تمت بحمد الله وتوفيقه

توزيع درجات الامتحان التجريبي لمادة الاستاتيكا ث.ع

رقم السؤال	الدرجة
الاول	درجة واحدة
الثانى	درجتان
الثالث	درجة واحدة
الرابع	درجتان
الخامس	درجة واحدة
السادس	ثلاث درجات
السابع	درجة واحدة
الثامن	ثلاث درجات
التاسع	درجة واحدة
العاشر	درجتان
الحادى عشر	درجة واحدة
الثانى عشر	درجة واحدة
الثالث عشر	ثلاث درجات
الرابع عشر	درجة واحدة
الخامس عشر	درجتان
السادس عشر	درجة واحدة
السابع عشر	درجة واحدة
الثامن عشر	ثلاث درجات

1

إجابة نموذج تجريبى 3 إستاتيكا 2018

[١] إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية قياسها هـ وكان على وشك الانزلاق وقياس زاوية الاحتكاك هـ ل فإنه :

(أ) هـ > ل (ب) هـ = ل (ج) هـ < ل (د) هـ = ٢ل

[٢] إذا كان ق = (٢ ، -٣ ، ٤) تؤثر في النقطة (١ ، ١ ، ١) فإن مركبة عزم ق حول محور س = ...

(أ) ٧ (ب) ٢ (ج) -٢ (د) -٥

ج = و أ × ق = | س ص ع ؛ ١ ١ ١ ؛ ٢ -٣ ٤ | = س (٤+٣) - ص (٤-٢) + ع (-٣-٢)

= ٧ س - ٢ ص - ٥ ع

[٣] (أ) إذا أثرت القوتان المتوازيتان ق١ = ك س + ص ، ق٢ = ٨ س - ٤ ص في النقطتين أ(-٢ ، ٠) ، ب(٤ ، ٠) على الترتيب فأوجد قيمة ك ومعادلة خط عمل المحصلة

∵ ق١ // ق٢ ∴ ك/٨ = ١/-٤ ⟸ ك = ٨ × -١/٤ ⟸ ك = -٢

حل آخر ق١ × ق٢ = ٠ ⟸ (ك ، ١) × (٨ ، -٤) = ٠ ⟸ (-٤ك - ٨) ع = ٠

∴ -٤ك - ٨ = صفر ⟸ -٤ك = ٨ ⟸ ك = -٢

∴ ق١ = -٢ س + ص ، ق٢ = ٨ س - ٤ ص

∴ ح = ق١ + ق٢ ⟸ ح = ٦ س - ٣ ص تؤثر في ج(س ، ص)

∵ مجموع عزوم القوى حول أي نقطة ولتكن و = عزم المحصلة حول و

∴ و أ × ق١ + و ب × ق٢ = و ج × ح

(-٢ ، ٠) × (-٢ ، ١) + (٤ ، ٠) × (٨ ، -٤) = (س ، ص) × (٦ ، -٣)

-٢ ع - ١٦ ع = (-٣ س - ٦ ص) ع ⟸ -١٨ = -٣ س - ٦ ص

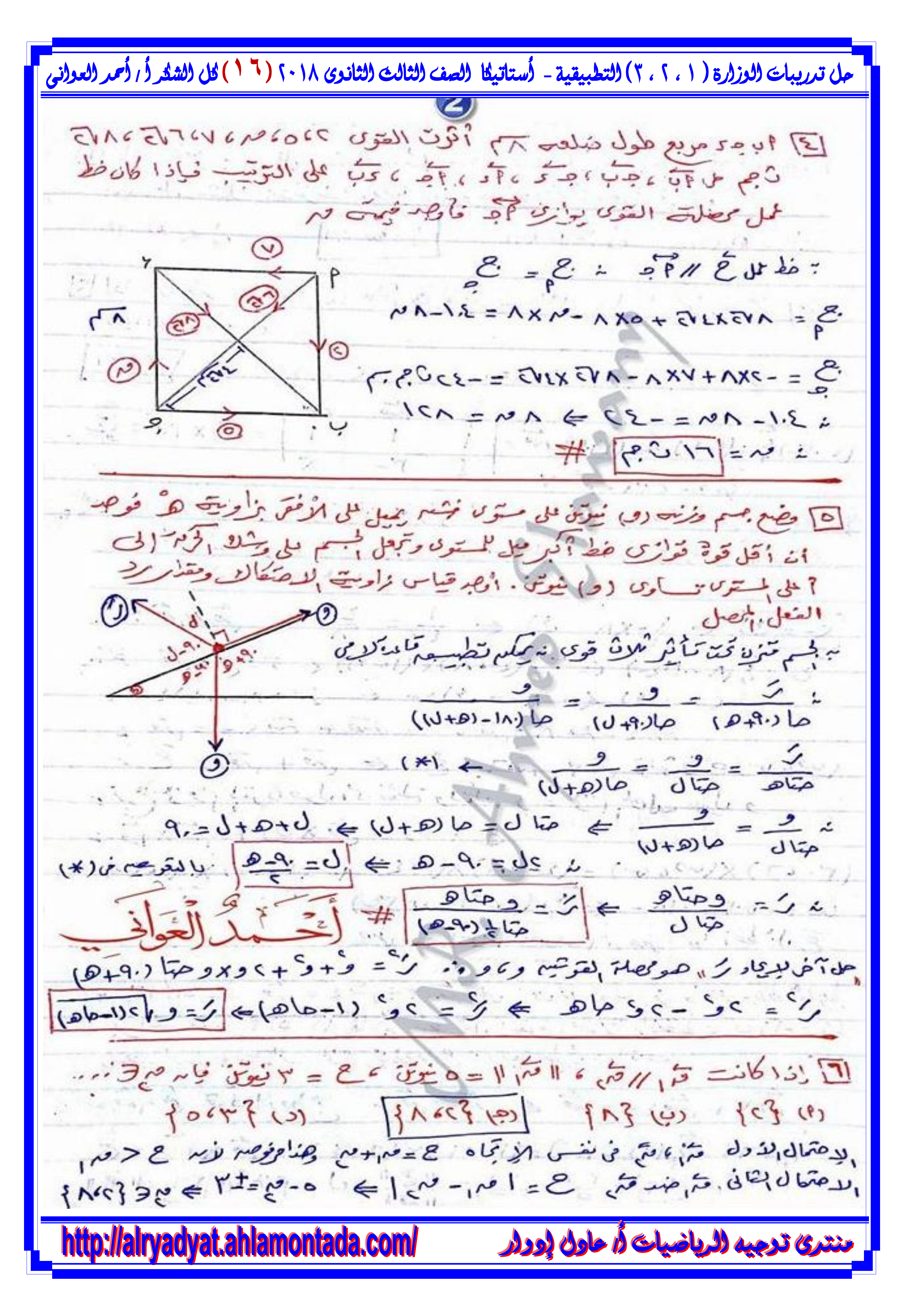
٣ س + ٦ ص - ١٨ = صفر ⟸ س + ٢ ص - ٦ = صفر معادلة خط عمل ح

(ب) إذا كانت ق١ = ٤ س - ٣ ص هي إحدى قوتي ازدواج وخط عملها يمر بالنقطة أ(٥ ، ٢) كما يمر خط عمل القوة الأخرى بالنقطة ب(١ ، -٤) فأوجد ق٢ ، ومعيار عزم الازدواج ، وعين طول ذراعه

∵ ق١ ، ق٢ قوتي ازدواج ∴ ق٢ = -ق١ ⟸ ق٢ = -٤ س + ٣ ص

ج = ب أ × ق١ = (٤ ، ٦) × (٤ ، -٣) = (-١٢ - ٢٤) ع = -٣٦ ع

|| ج || = ٣٦ وحدة عزم ل = || ج || / || ق١ || = ٣٦ / √(١٦+٩) = ٣٦/٥ = ٧,٢ وحدة طول



٤ أ ب جـ د مربع طول ضلعه ٨ سم أثرت القوى ٢، ٥، ق، ٧، ٦√٢، ٨√٢ ث جم في $\overrightarrow{أب}$، $\overrightarrow{جـب}$، $\overrightarrow{جـد}$، $\overrightarrow{أد}$، $\overrightarrow{أجـ}$، $\overrightarrow{دب}$ على الترتيب فإذا كان خط عمل محصلة القوى يوازي $\overleftrightarrow{أجـ}$ فأوجد قيمة ق

∵ خط عمل ح // $\overleftrightarrow{أجـ}$ ∴ $ج_{أ} = ج_{جـ}$

$ج_{أ} = ٨\sqrt{٢} \times ٤\sqrt{٢} + ٥ \times ٨ - ق \times ٨ = ١٠٤ - ٨ق$

$ج_{جـ} = -٢ \times ٨ + ٧ \times ٨ - ٨\sqrt{٢} \times ٤\sqrt{٢} = -٢٤$ ث جم سم

∴ $١٠٤ - ٨ق = -٢٤ \Leftarrow ٨ق = ١٢٨$

∴ **ق = ١٦ ث جم** #

---

٥ وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى خشن يميل على الأفقي بزاوية قياسها هـ فوجد أن أقل قوة توازي خط أكبر ميل للمستوى وتجعل الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى تساوي (و) نيوتن. أوجد قياس زاوية الاحتكاك ومقدار رد الفعل المحصل

∵ الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى ∴ يمكن تطبيق قاعدة لامي

∴ $\frac{ر}{جا(٩٠+هـ)} = \frac{و}{جا(٩٠+ل)} = \frac{و}{جا(١٨٠-(هـ+ل))}$

$\frac{ر}{جتا هـ} = \frac{و}{جتا ل} = \frac{و}{جا(هـ+ل)} \leftarrow (*)$

∴ $\frac{و}{جتا ل} = \frac{و}{جا(هـ+ل)} \Leftarrow جتا ل = جا(هـ+ل) \Leftarrow ل + هـ + ل = ٩٠$

∴ $٢ل = ٩٠ - هـ \Leftarrow ل = \frac{٩٠-هـ}{٢}$ بالتعويض في (*)

∴ $ر = \frac{و جتا هـ}{جتا ل} \Leftarrow ر = \frac{و جتا هـ}{جتا \frac{١}{٢}(٩٠-هـ)}$ #

أحمد العواني

حل آخر لإيجاد ر: ر هو محصلة القوتين و، و ∴ $ر^٢ = و^٢ + و^٢ + ٢ \times و \times و جتا(٩٠+هـ)$

$ر^٢ = ٢و^٢ - ٢و^٢ جا هـ \Leftarrow ر^٢ = ٢و^٢(١ - جا هـ) \Leftarrow ر = و\sqrt{٢(١-جا هـ)}$

---

٦ إذا كانت $\overrightarrow{ق_١} // \overrightarrow{ق_٢}$ ، $\| \overrightarrow{ق_١} \| = ٥$ نيوتن ، ح = ٣ نيوتن فإن $ق_٢ \in$ .....

(أ) {٢} (ب) {٨} (جـ) {٢، ٨} (د) {٣، ٥}

الاحتمال الأول $ق_١، ق_٢$ في نفس الاتجاه $ح = ق_١ + ق_٢$ وهذا مرفوض لأن $ح < ق_١$

الاحتمال الثاني $ق_١$ ضد $ق_٢$ $ح = |ق_١ - ق_٢| \Leftarrow ٥ - ق_٢ = \pm ٣ \Leftarrow ق_٢ \in \{٢، ٨\}$

[٧] إذا كان $\overline{ج}_١$ ، $\overline{ج}_٢$ ازدواجان متزنان $\overline{ج}_١ = ١٠ \overline{ع}$ فإن $\overline{ج}_١ - \overline{ج}_٢ = ...$

(أ) صفر (ب) $\overline{و}$ (جـ) $-٢٠ \overline{ع}$ **(د) $٢٠ \overline{ع}$**

∵ الازدواجان متزنان ∴ $\overline{ج}_١ + \overline{ج}_٢ = \overline{و}$ ⟸ $\overline{ج}_٢ = -\overline{ج}_١$ ⟸ $\overline{ج}_٢ = -١٠ \overline{ع}$

∴ $\overline{ج}_١ - \overline{ج}_٢ = ١٠ \overline{ع} - (-١٠ \overline{ع}) = ٢٠ \overline{ع}$ #

[٨] اب قضيب غير منتظم يرتكز أفقياً على حاملين عند جـ ، ء بحيث اجـ = جـ ء = ء ب لوحظ أن القضيب يكون على وشك الدوران إذا علق ثقل من ا قدره ٤ نيوتن أو إذا علق من ب ثقل قدره ٨ نيوتن أوجد وزن القضيب وأثبت أن نقطة تأثيره تقسمه بنسبة ٤ : ٥

نفرض أن طول القضيب = ٣ل

عند تعليق ٤ نيوتن من ا يكون القضيب على وشك الدوران حول جـ ∴ $ر_٢$ = صفر

$ج_{جـ} = -٤ \times ل + و \times س = $ صفر ⟸ و س = ٤ ل ← (١)

عند تعليق ٨ نيوتن من ب يكون القضيب على وشك الدوران حول ء ∴ $ر_١$ = صفر

∴ $ج_{ء} = -و(ل - س) + ٨ ل = $ صفر ⟸ $-و ل + و س + ٨ ل = $ صفر ← (٢)

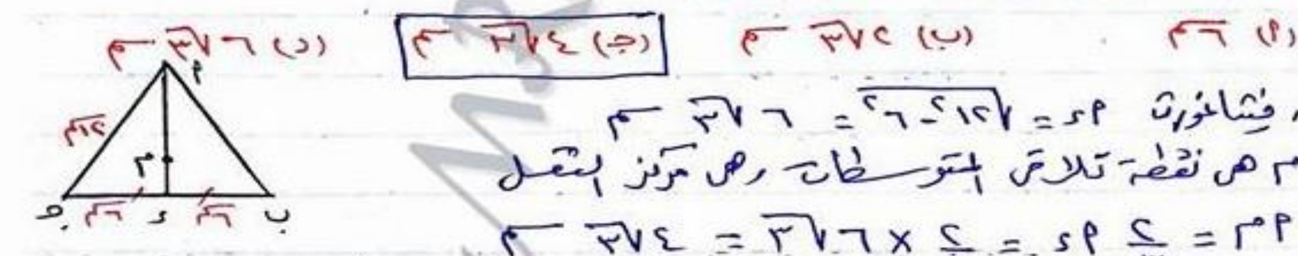
بالتعويض من (١) في (٢) ∴ $-و ل + ٤ ل + ٨ ل = $ صفر ⟸ و ل = ١٢ ل

∴ و = **١٢** نيوتن # بالتعويض في (١) ١٢ س = ٤ ل ⟸ س = $\frac{١}{٣}$ ل

∴ $\frac{ام}{ب م} = \frac{ل + س}{٢ل - س} = \frac{ل + \frac{١}{٣}ل}{٢ل - \frac{١}{٣}ل} = \frac{٤}{٣} \div \frac{٥}{٣} = ٤ : ٥$ #

[٩] بعد مركز ثقل صفيحة على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٢سم عن أحد رؤوس المثلث = ...

(أ) ٦ سم (ب) $٢\sqrt{٣}$ سم **(جـ) $٤\sqrt{٣}$ سم** (د) $٦\sqrt{٣}$ سم



من فيثاغورث $اء = \sqrt{١٢^٢ - ٦^٢} = ٦\sqrt{٣}$ سم

∵ م هي نقطة تلاقي المتوسطات وهي مركز الثقل

∴ $ام = \frac{٢}{٣} اء = \frac{٢}{٣} \times ٦\sqrt{٣} = ٤\sqrt{٣}$ سم

[١٠] تؤثر القوة $\overline{ق} = م \overline{س} + ٢ \overline{ص}$ عند النقطة ا (٢ ، ٣) وكان متجه عزمها بالنسبة لنقطة الأصل يساوي $٩ \overline{ع}$ فإن م = ...

4

$ج_و = و_٢ \times ق_٢ = (٢،٢،٣م) \times (٣،٦،٢) = (١٢ - ٣م) ع = ٩ ع$

$١٢ - ٣م = ٩ \Leftarrow ٣م = ١٢ - ٩ \Leftarrow ٣م = ٣ \Leftarrow م = ١$

---

[١١] أوجد مركز ثقل التوزيع الآتى :

$و_١ = ٢٠$ نيوتن ويؤثر فى $(٤،١)$ ، $و_٢ = ١٥$ نيوتن ويؤثر فى $(-٣،١)$ ، $و_٣ = ٢٥$ نيوتن ويؤثر فى $(١،١)$

$$س_م = \frac{٢٠ \times ٤ + ١٥ \times -٣ + ٢٥ \times ١}{٢٠ + ١٥ + ٢٥} = ١$$

$$ص_م = \frac{٢٠ \times ١ + ١٥ \times ١ + ٢٥ \times ١}{٢٠ + ١٥ + ٢٥} = ١$$

الوزن	٢٠	١٥	٢٥
س	٤	-٣	١
ص	١	١	١

$\therefore م = (١،١)$ #

أحمد العوانى

---

[١٢] أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم . أثرت القوى ١٣ ، ٥ ، ٤ ، ٧ ، ١٥ نيوتن على الترتيب فى $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{بجـ}$ ، $\overrightarrow{جـد}$ ، $\overrightarrow{دأ}$ ، $\overrightarrow{جـأ}$

اثبت أن مجموعة القوى تكافئ ازدواج واوجد معيار عزمه

من فيثاغورث أ جـ $= \sqrt{٦^٢ + ٨^٢} = ١٠$ سم

ب و $= \frac{٦ \times ٨}{١٠} = ٤،٨$ سم إقليدس

$ج_أ = -٥ \times ٦ - ٤ \times ٨ = -٦٢$ نيوتن . سم

$ج_{جـ} = -١٣ \times ٨ + ٧ \times ٦ = -٦٢$ نيوتن . سم

$ج_ب = -١٥ \times ٤،٨ + ٧ \times ٦ - ٤ \times ٨ = -٦٢$ نيوتن . سم

$\therefore ج_أ = ج_ب = ج_{جـ} = -٦٢$ نيوتن . سم ، أ ، ب ، جـ ليست على استقامة واحدة

$\therefore$ المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه [٦٢] نيوتن . سم #

---

[١٣] وضع جسم وزنه ١٢ ث كجم على نضد أفقى خشن وأثرت عليه فى نفس المستوى قوتان متعامدتان ٦ ، ٥ ، ٦ ث كجم فأصبحت الكتلة على وشك الحركة ، فإذا كان قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوى ٣٠° فاوجد معامل الاحتكاك السكونى بين المستوى والجسم ، مقدار القوة م

محصلة القوتان المتعامدتان $= \sqrt{٣٦ + م^٢}$

$م_س = ظا ل = ظا ٣٠ = \boxed{\frac{١}{\sqrt{٣}}}$ #

أحمد العوانى
معلم أول الرياضيات بطنطا

5

∵ الجسم متزن ∴ ر = ١٢ √٣ ث.كجم ∴ $\sqrt{36 + ق^2} = \sqrt{3}$ ر

$\sqrt{36+ق^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 12$ بتربيع الطرفين ⟸ $36 + ق^2 = \frac{144}{3}$ ⟸ $ق^2 = 12$

∴ ق = $\boxed{2\sqrt{3}}$ ث.كجم #

[١٤] فى الشكل المقابل

إذا كان $\overline{أب}$ قضيب متزن أفقياً

فإن ق − ك = ... نيوتن

(أ) $\boxed{7}$ (ب) ١٠ (ج) ١٧ (د) ٢٧

ق + ك = ١٥ + ١٢ ⟸ ق + ك = ٢٧ ⟸ (١)

جـ$_ب$ = ١٥ × ٦ + ١٢ × ١٥ − ك × ٢٧ = صفر ⟸ ٢٧ك = ٢٧٠ ⟸ ك = ١٠

بالتعويض فى (١) ∴ ق = ٢٧ − ١٠ = ١٧ ∴ ق − ك = ١٧ − ١٠ = $\boxed{7}$

[١٥] (أ) إذا كان عزم القوة $\overrightarrow{ق} = ٢\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص} - \overrightarrow{ع}$ حول نقطة الأصل يساوى

$-٥\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص} - \overrightarrow{ع}$ وكانت هذه القوة تمر بالنقطة (م ، ٢ ، ل)

فأوجد قيمة كلاً من م ، ل "تم تصحيح السؤال"

$\overrightarrow{جـ}_و = \overrightarrow{و أ} \times \overrightarrow{ق} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ م & ٢ & ل \\ ٢ & ٣ & -١ \end{vmatrix}$

= $\overrightarrow{س}$ (−٢ − ٣ل) − $\overrightarrow{ص}$ (−م − ٢ل) + $\overrightarrow{ع}$ (٣م − ٤) = −٥$\overrightarrow{س}$ + ٣$\overrightarrow{ص}$ − $\overrightarrow{ع}$

∴ −٢ − ٣ل = −٥ ⟸ ٣ل = ٣ ⟸ $\boxed{ل = ١}$

٣م − ٤ = −١ ⟸ ٣م = ٣ ⟸ $\boxed{م = ١}$

أحمد العواني

(ب) أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه ق(∠أ) = ١٢٠° أثرت القوى

٢ ، ٢ ، ٢√٣ نيوتن فى $\overline{أب}$ ، $\overline{بجـ}$ ، $\overline{أجـ}$ على الترتيب ، اثبت باستخدام

العزوم أن محصلة هذه القوى تنصف $\overline{بجـ}$ وتوازى أحد الضلعين الآخرين

جـ$_ب$ = −٢ × ل جا ٦٠ = −√٣ ل نيوتن.سم

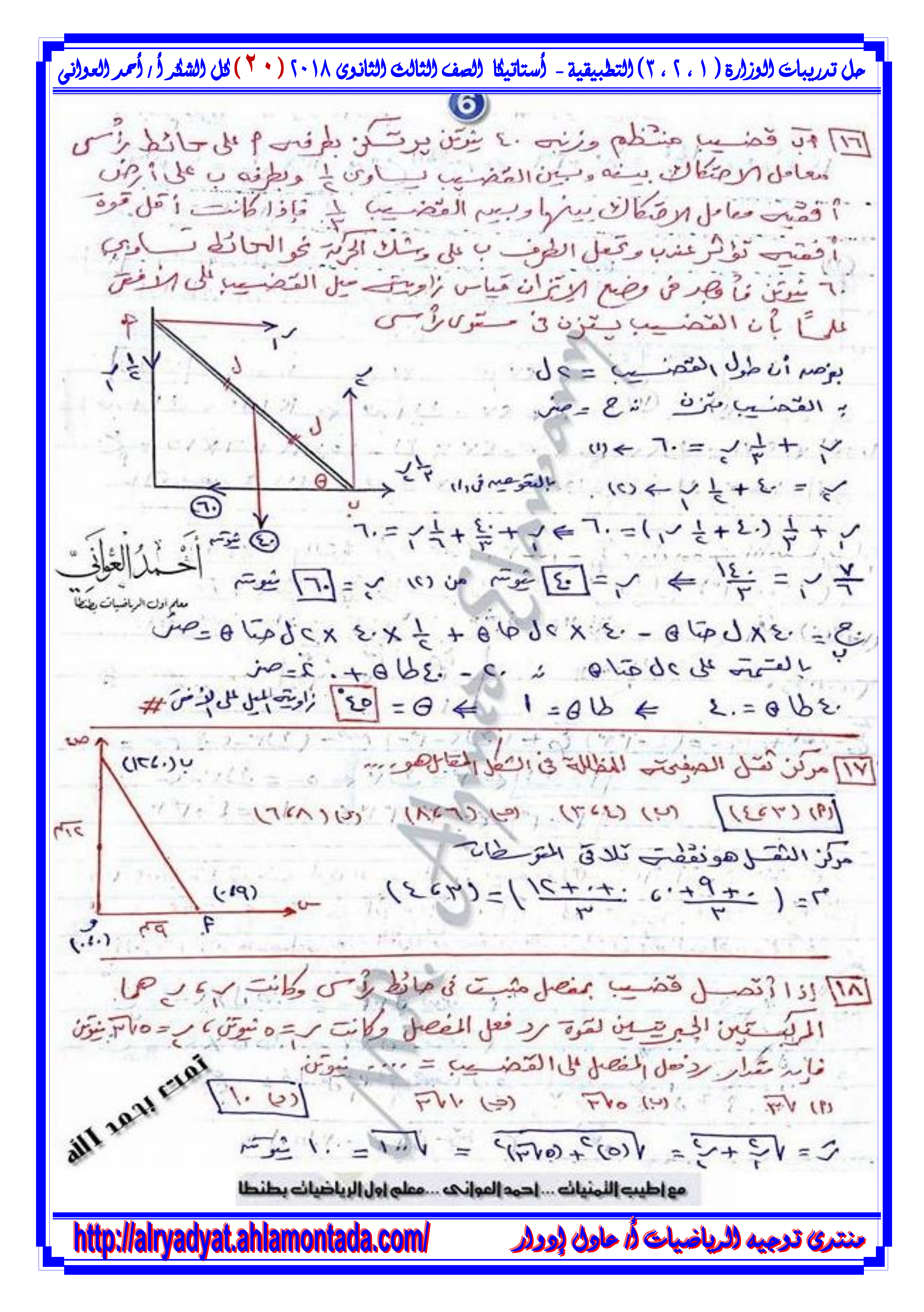
جـ$_جـ$ = ٢ × ل جا ٦٠ = √٣ ل نيوتن.سم

∵ جـ$_ب$ = − جـ$_جـ$ ∴ خط عمل المحصلة ينصف ب جـ

جـ$_أ$ = ٢√٣ × ل جا ٣٠ = √٣ ل نيوتن.سم

∵ جـ$_أ$ = جـ$_جـ$ ∴ خط عمل المحصلة // $\overline{أجـ}$ #

أحمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا



١٦) أب قضيب منتظم وزنه ٤٠ نيوتن يرتكز بطرفه أ على حائط رأسى معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{1}{2}$ وبطرفه ب على أرض أفقية معامل الاحتكاك بينها وبين القضيب $\frac{1}{3}$ فإذا كانت أقل قوة أفقية تؤثر عند ب وتجعل الطرف ب على وشك الحركة نحو الحائط تساوى ٦٠ نيوتن فأوجد فى وضع الاتزان قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى علماً بأن القضيب يتزن فى مستوى رأسى

بفرض أن طول القضيب = ٢ل

∵ القضيب متزن ∴ ح = صفر

ر١ + $\frac{1}{3}$ ر٢ = ٦٠ ← (١)

ر٢ = ٤٠ + $\frac{1}{2}$ ر١ ← (٢) بالتعويض فى (١)

ر١ + $\frac{1}{3}$ (٤٠ + $\frac{1}{2}$ ر١) = ٦٠ ⇐ ر١ + $\frac{40}{3}$ + $\frac{1}{6}$ ر١ = ٦٠

$\frac{7}{6}$ ر١ = $\frac{140}{3}$ ⇐ ر١ = ٤٠ نيوتن ، من (٢) ر٢ = ٦٠ نيوتن

ج_ب = ٤٠ × ل جتا θ − ٤٠ × ٢ل جا θ + $\frac{1}{2}$ × ٤٠ × ٢ل جتا θ = صفر

بالقسمة على ٢ل جتا θ ∴ ٢٠ − ٤٠ طا θ + ٢٠ = صفر

٤٠ طا θ = ٤٠ ⇐ طا θ = ١ ⇐ θ = ٤٥° زاوية الميل على الأفقى #

---

١٧) مركز ثقل الصفيحة المظللة فى الشكل المقابل هو ....

(أ) (٣ ، ٤) (ب) (٤ ، ٣) (جـ) (٦ ، ٨) (د) (٨ ، ٦)

مركز الثقل هو نقطة تلاقى المتوسطات

م = ($\frac{0+9+0}{3}$ ، $\frac{0+0+12}{3}$) = (٣ ، ٤)

---

١٨) إذا اتصل قضيب بمفصل مثبت فى حائط رأسى وكانت ر١ ، ر٢ هما المركبتين الجبريتين لقوة رد فعل المفصل وكانت ر١ = ٥ نيوتن ، ر٢ = ٥$\sqrt{3}$ نيوتن فإن مقدار رد فعل المفصل على القضيب = ... نيوتن

(أ) ٣$\sqrt{7}$ (ب) ٥$\sqrt{3}$ (جـ) ١٠$\sqrt{3}$ (د) ١٠

ر = $\sqrt{ر_1^2 + ر_2^2}$ = $\sqrt{(5)^2 + (5\sqrt{3})^2}$ = $\sqrt{100}$ = ١٠ نيوتن

تمت بحمد الله

أحمد العوانى
معلم أول الرياضيات بطنطا

مع أطيب التمنيات ... أحمد العوانى ... معلم أول الرياضيات بطنطا